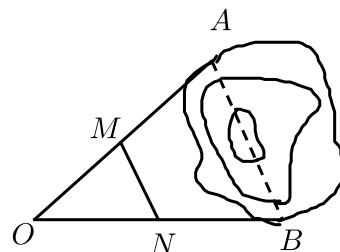


第1讲 中位线与中点四边形（练习）

一、三角形中位线

1. 如图，为估计池塘两岸边 A ， B 两点间的距离，在池塘的一侧选取点 O ，分别取 OA 、 OB 的中点 M 、 N ，测的 $MN = 32\text{ m}$ ，则 A 、 B 两点间的距离是 _____ m .

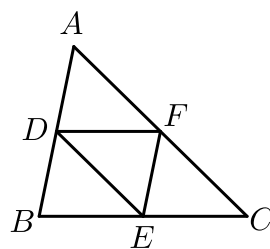


【答案】 64

【解析】 $\because M, N$ 分别为 OA, OB 的中点， $MN = 32\text{m}$ ，
 $\therefore AB = 2MN = 64\text{m}$.

【标注】 【知识点】 中位线定理及其应用

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 5$ ， $BC = 6$ ， $AC = 7$ ，点 D ， E ， F 分别是 $\triangle ABC$ 三边的中点，则 $\triangle DEF$ 的周长为（ ） .



A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

【答案】 A

【解析】 $\because D, E, F$ 分别是 $\triangle ABC$ 的中点，
 $\therefore DE, DF, EF$ 为 $\triangle ABC$ 中位线，
 $\therefore DE = \frac{1}{2}AC, DF = \frac{1}{2}BC, EF = \frac{1}{2}AB$ ，
 $\because AC = 7, BC = 6, AB = 5$ ，

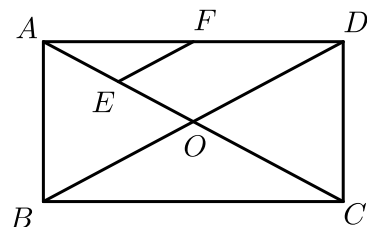
$$\therefore DE = \frac{7}{2}, DF = 3, EF = \frac{5}{2},$$

$$\therefore C_{\triangle DEF} = DE + DF + EF = \frac{7}{2} + 3 + \frac{5}{2} = 9,$$

故选A.

【标注】【知识点】中位线定理及其应用

3. 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 12$, 对角线 AC , BD 交于点 O , E , F 分别为 AO , AD 中点, 则线段 $EF =$ _____.



【答案】 $\frac{13}{4}$ 或 $3\frac{1}{4}$ 或 3.25

【解析】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ, OB = \frac{1}{2}BD, AD = BC = 12,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13,$$

$$\therefore OB = \frac{13}{2},$$

$\because E, F$ 分别为 AO, AD 中点,

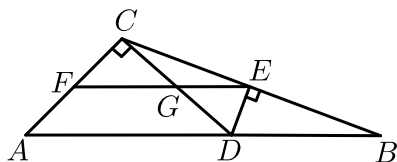
$\therefore EF$ 是 $\triangle AOD$ 的中位线,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}OD = \frac{13}{4}.$$

故答案为: $\frac{13}{4}$.

【标注】【知识点】中位线定理及其应用

4. 如图, 已知 EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $DE \perp BC$ 交 AB 于点 D , CD 与 EF 交于点 G , 若 $CD \perp AC$, $EF = 9$, $EG = 4$, 则 AC 的长为_____.



【答案】 6

【解析】 $\because EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore G$ 是 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中 CD 边上的中点，

$$\therefore CG = EG = 4,$$

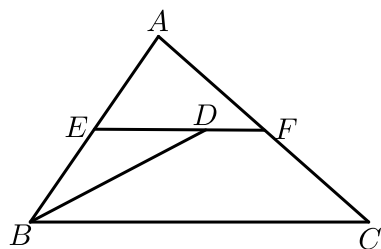
$$\text{又}\because FG = EF - EG = 5,$$

$$\therefore \text{在}\text{Rt}\triangle CFG\text{中}, CF = \sqrt{FG^2 - CG^2} = 3,$$

$$\therefore AC = 2CF = 6.$$

【标注】【知识点】中位线定理及其应用

5. 如图， EF 为 $\triangle ABC$ 的中位线， BD 平分 $\angle ABC$ ，交 EF 于 D ， $AB = 8$ ， $BC = 12$ ，则 DF 的长为 _____ .



【答案】2

【解析】 $\because EF$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC = 6,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle DBC,$$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle EBD = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle EBD,$$

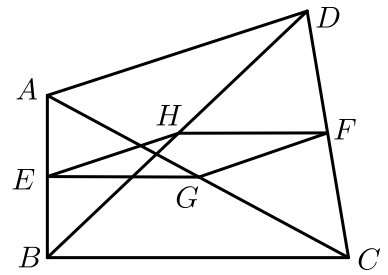
$$\therefore ED = EB = \frac{1}{2}AB = 4,$$

$$\therefore DF = EF - ED = 2.$$

故答案为：2 .

【标注】【知识点】中位线定理及其应用

6. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，点 E, F, G, H 分别是 AB, CD, AC, BD 的中点，若 $AD = BC = 2\sqrt{5}$ ，则四边形 $EGFH$ 的周长是 _____ .

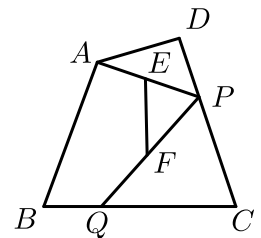


【答案】 $4\sqrt{5}$

【解析】 $\because E, G$ 是 AB 和 AC 的中点，
 $\therefore EG = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$ ，
 同理 $HF = \frac{1}{2}BC = \sqrt{5}$ ，
 $EH = GF = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$ ，
 $\therefore$ 四边形 $EGFH$ 的周长是： $4 \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$ 。
 故答案为： $4\sqrt{5}$ 。

【标注】 【知识点】 中位线定理及其应用

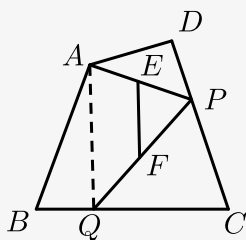
7. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，点 P 是边 CD 上的动点，点 Q 是边 BC 上的定点，连接 AP, PQ 。点 E, F 分别是 AP, PQ 的中点，连接 EF 。点 P 在由 C 到 D 运动过程中，线段 EF 的长度（ ）。



- A. 保持不变 B. 逐渐变小 C. 先变大，再变小 D. 逐渐变大

【答案】 A

【解析】 如图，连接 AQ ，



$\because E, F$ 分别是 AP, PQ 的中点，

$\therefore EF$ 为 $\triangle PAQ$ 的中位线，

$$\therefore EF = \frac{1}{2}AQ,$$

$\therefore Q$ 为定点，

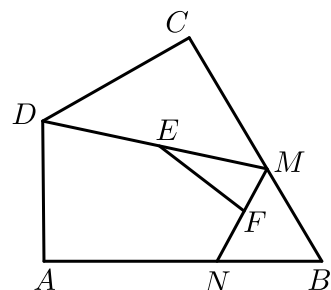
$\therefore AQ$ 的长不变，

$\therefore EF$ 的长不变，

故选：A.

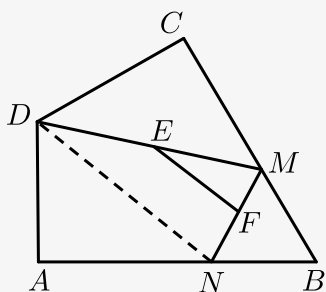
【标注】【知识点】中位线定理及其应用

8. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 2\sqrt{5}$ ， $AD = 2$ ，点 M ， N 分别为线段 BC ， AB 上的动点（含端点，但点 M 不与点 B 重合），点 E ， F 分别是 DM ， MN 的中点，则 EF 长度的最大值为_____.



【答案】 $\sqrt{6}$

【解析】 如图，连接 DN ，



$$\therefore DE = EM, FN = FM,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}DN,$$

当点 N 与点 B 重合时， DN 的值最大即 EF 最大，

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，

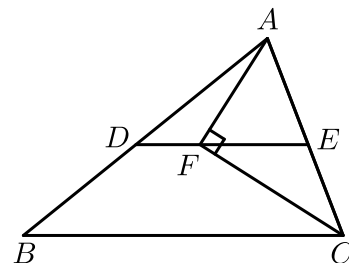
$$\therefore \angle A = 90^\circ, AD = 2, AB = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = 2\sqrt{6},$$

$$\therefore EF \text{ 的最大值} = \frac{1}{2}BD = \sqrt{6}.$$

【标注】【知识点】中位线定理及其应用

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D ，点 E 分别是 AB ， AC 的中点，点 F 是 DE 上一点， $\angle AFC = 90^\circ$ ， $BC = 7\text{cm}$ ， $AC = 5\text{cm}$ ，则 $DF = \underline{\hspace{1cm}}\text{cm}$ 。



【答案】1

【解析】 $\because$ 点 D ，点 E 分别是 AB ， AC 的中点，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC = \frac{7}{2},$$

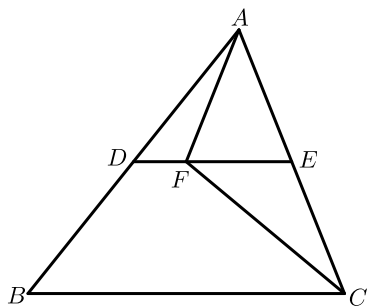
$\because \angle AFC = 90^\circ$ ，点 E 是 AC 的中点，

$$\therefore EF = \frac{1}{2}AC = \frac{5}{2},$$

$$\therefore DF = DE - EF = 1(\text{cm}).$$

【标注】【知识点】中位线定理及其应用

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点， $BC = 12$ ， F 是 DE 上一点，连接 AF 、 CF ， $DE = 3DF$ 。若 $\angle AFC = 90^\circ$ ，则 AC 的长度为（ ）。



A. 4

B. 6

C. 8

D. 10

【答案】C

【解析】 $\because D$ 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点，

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线。

$$\therefore DE = \frac{BC}{2} = 6.$$

$$\therefore DE = 3DF,$$

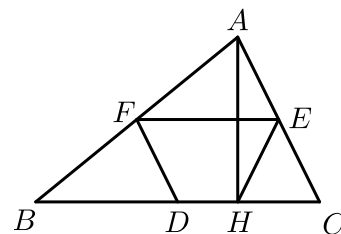
$$\therefore DF = 2, EF = 4.$$

在Rt $\triangle AFC$ 中, EF 为其斜边上的中位线,

$$\therefore AC = 2EF = 8.$$

【标注】【知识点】直角三角形斜边中线性质的应用

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别为 BC, AC, AB 边的中点. $AH \perp BC$ 于 H , $FD = 16$. 则 HE 等于 ().



A. 32

B. 16

C. 8

D. 10

【答案】 B

【解析】 $\because D, F$ 分别为 BC, AB 边的中点,

$\therefore DF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore FD = \frac{1}{2}AC,$$

$$\because FD = 16,$$

$$\therefore AC = 32,$$

$\because AH \perp BC,$

$$\therefore \angle AHC = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle AHC$ 是直角三角形,

$\because E$ 是 AC 的中点,

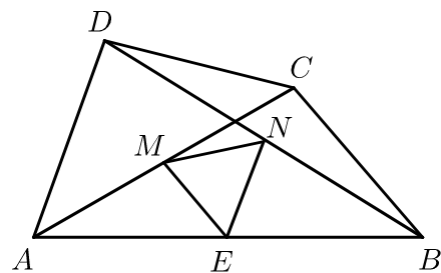
$\therefore HE$ 是斜边 AC 的中线,

$$\therefore HE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 32 = 16.$$

故选: B.

【标注】【知识点】直角三角形斜边中线性质的应用

12. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD = BC = 12$, $\angle DAB = 70^\circ$, $\angle CBA = 50^\circ$, 若点 E, M, N 分别是 AB, AC, BD 中点, 则 $\triangle EMN$ 的周长是 ().



A. 8

B. $12\sqrt{3}$

C. 18

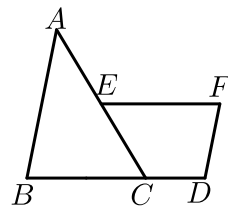
D. 24

【答案】 C

【解析】 因为若点 E 、 M 、 N 分别是 AB 、 AC 、 BD 中点，
所以 ME 为 $\triangle ABC$ 的中位线， NE 为 $\triangle ABD$ 的中位线，
所以 $ME = NE = 6$ ，
又因为 $\angle DAB = 70^\circ$ ， $\angle CBA = 50^\circ$ ，
所以 $\angle MEN = 60^\circ$ ，所以边长为18，
故选C。

【标注】【知识点】中位线定理及其应用

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，延长 BC 至 D ，使得 $CD = \frac{1}{2}BC$ ，过 AC 中点 E 作 $EF \parallel CD$ （点 F 位于点 E 右侧），且 $EF = 2CD$ ，连接 DF ，若 $AB = 8$ ，则 DF 的长为（ ）。



A. 3

B. 4

C. $2\sqrt{3}$

D. $3\sqrt{2}$

【答案】 B

【解析】 取 BC 的中点 G ，连接 EG ，

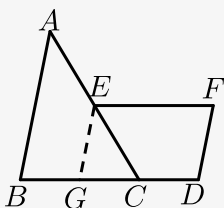
$\because E$ 是 AC 的中点，

$\therefore EG$ 是

$\triangle ABC$ 的中位

线，

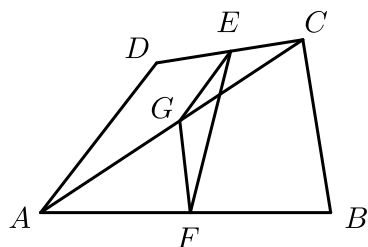
$$\therefore EG = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$



设 $CD = x$, 则 $EF = BC = 2x$,
 $\therefore BG = CG = x$,
 $\therefore EF = 2x = DG$,
 $\therefore EF \parallel CD$,
 $\therefore$ 四边形 $EGDF$ 是平行四边形 ,
 $\therefore DF = EG = 4$.

【标注】【知识点】中位线定理及其应用

14. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 DC, AB 的中点, G 是 AC 的中点, 则 EF 与 $AD + CB$ 的关系是 () .



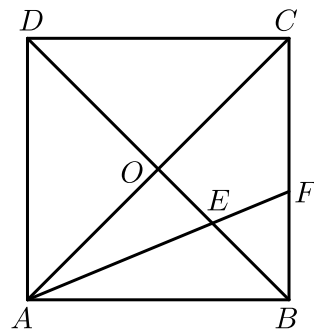
- A. $2EF = AD + BC$ B. $2EF > AD + BC$ C. $2EF < AD + BC$ D. 不确定

【答案】C

【解析】 $\because E$ 为 DC 中点, G 是 AC 中点, $\therefore EG \parallel \frac{1}{2}AD$.
 同理 $FG \parallel \frac{1}{2}BC$, 在 $\triangle EGF$ 中, $EG + FG > EF$,
 $\therefore 2(EG + FG) > 2EF$, 即 $AD + BC > 2EF$.

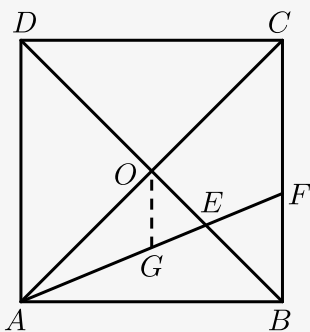
【标注】【知识点】中位线定理及其应用

15. 如图, 正方形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O , $\angle CAB$ 的平分线交 BD 于点 E , 交 BC 于点 F . 若 $OE = 2$, 则 $CF =$ _____ .



【答案】4

【解析】如图，



取 AF 的中点 G ，连接 OG ，

$\because O、G$ 分别为 $AC、AF$ 的中点，

$\therefore OG = \frac{1}{2}CF$ 且 $OG \parallel CF$ ，

$\because \angle CAB = 45^\circ$ ， AF 平分 $\angle CAB$ ，

$\therefore \angle BAF = \angle OAF = 22.5^\circ$ ，

$\because \angle AOE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AEO = 90^\circ - \angle OAF = 90^\circ - 22.5^\circ = 67.5^\circ$ ，

$\because OG \parallel CF$ ，

$\therefore \angle AOG = \angle OCB = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle OGE = \angle OAF + \angle AOG = 22.5^\circ + 45^\circ = 67.5^\circ$ ，

$\therefore \angle AEO = \angle OGE$ ，

$\therefore OG = OE = 2$ ，

$\therefore CF = 2OG = 4$ 。

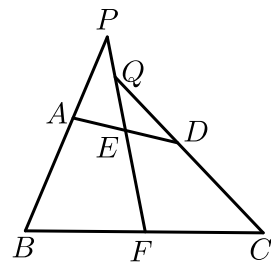
【标注】【知识点】正方形的性质

【知识点】中位线定理及其应用

【知识点】角分线性质定理

【能力】推理论证能力

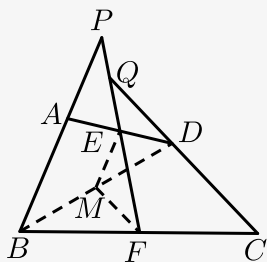
16. 如图，四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB = CD$ ，点 $E、F$ 分别为 $AD、BC$ 的中点，延长 $BA、CD$ ，分别交射线 FE 于 $P、Q$ 两点。求证： $\angle BPF = \angle CQF$ 。



【答案】证明见解析．

【解析】如图，连接 BD ，作 BD 的中点 M ，

连接 EM 、 FM ．



$\because$ 点 E 是 AD 的中点，

$\therefore$ 在 $\triangle ABD$ 中， $EM \parallel AB$ ， $EM = \frac{1}{2}AB$ ，

$\therefore \angle MEF = \angle P$

同理可证： $FM \parallel CD$ ， $FM = \frac{1}{2}CD$ ．

$\therefore \angle MFQ = \angle CQF$ ．

又 $\because AB = CD$ ，

$\therefore EM = FM$ ，

$\therefore \angle MEF = \angle MFE$ ，

$\therefore \angle P = \angle CQF$ ．

【标注】【知识点】中位线定理及其应用

二、中点四边形

17. 把顺次连接任意一个四边形各边中点所得的四边形叫做中点四边形，则下列命题错误的是（ ）．

①任意四边形的中点四边形是平行四边形；②任意矩形的中点四边形是菱形；③中点四边形是矩形的四边形是菱形；④只有正方形的中点四边形是正方形．

A. ③④

B. ②

C. ③

D. ④

【答案】A

【解析】①任意四边形的中点四边形是平行四边形，故①正确；

②任意矩形的中点四边形是菱形，故②正确；

③任意菱形的中点四边形是矩形，对角线互相垂直的四边形的中点四边形都是矩形，所以中点四边形是矩形的四边形不一定是菱形，故③错误；

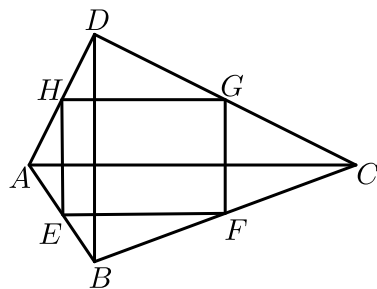
④正方形的中点四边形是正方形，但中点四边形是正方形的不止正方形，只要对角线垂直且相等的四边形，中点四边形都是正方形，故④错误；

故命题错误的是③和④．

故选A．

【标注】【知识点】区分真假命题

18. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AC = 8$ ， $BD = 6$ ，且 $AC \perp BD$ ，连接四边形 $ABCD$ 各边中点得到四边形 $EFGH$ ，下列说法错误的是（ ）．



- A. 四边形 $EFGH$ 是矩形
B. 四边形 $EFGH$ 的周长是14
C. 四边形 $EFGH$ 的面积是12
D. 四边形 $ABCD$ 的面积是48

【答案】D

【解析】 $\because$ 四边形 $EFGH$ 是连接四边形 $ABCD$ 各边中点得到的，

$$\therefore HE \parallel GF \parallel DB, HG \parallel EF \parallel AC,$$

$$\therefore HE = GF = \frac{1}{2}DB = 3, HG = EF = \frac{1}{2}AC = 4,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

又 $\because AC \perp BD$ ，

$$\therefore HG \perp HE,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形，

$$\therefore \text{四边形} EFGH \text{的周长} = (HE + HG) \times 2 = (4 + 3) \times 2 = 14,$$

$$\therefore \text{四边形} EFGH \text{的面积} = HE \times HG = 3 \times 4 = 12,$$

综上，选项A、B、C正确．

D、四边形 $ABCD$ 的面积

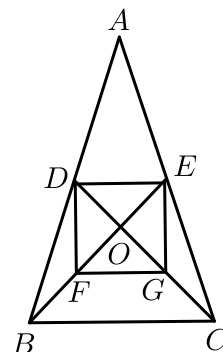
$$\begin{aligned}
 &= S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot AC \cdot h_2 \\
 &= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot (h_1 + h_2) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24,
 \end{aligned}$$

选项D错误.

故选D.

【标注】【知识点】中点四边形

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BC = 2$, 三角形的中线 BE 、 CD 交于点 O , 点 F 、 G 分别为 OB 、 OC 的中点. 若四边形 $DFGE$ 是正方形, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.



【答案】3

【解析】如图,

$\because$ 四边形 $DFGE$ 是正方形,

$\therefore DG \perp EF$, $OE = OF$, $OD = OG$, $\angle EGF = 90^\circ$,

$\therefore CD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore S_{\triangle BDC} = S_{\triangle ADC}$,

$\therefore$ 点 F 、 G 分别为 OB 、 OC 的中点,

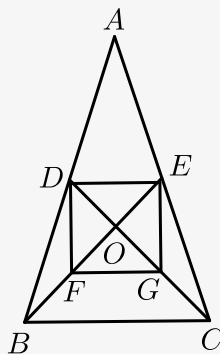
$\therefore FG$ 是 $\triangle OBC$ 的中位线,

$\therefore FG = \frac{1}{2} BC = 1$,

由勾股定理得: $DG = EF = \sqrt{2}$

,

$\therefore OD = OG = CG = \frac{\sqrt{2}}{2}$,



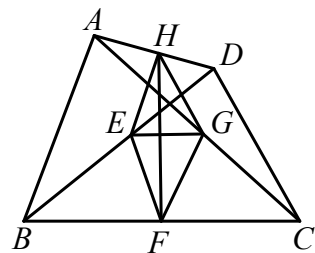
$$\therefore CD = \frac{3\sqrt{2}}{2}, OB = \sqrt{2},$$

$$\begin{aligned}\therefore S_{\triangle ABC} &= 2S_{\triangle BDC} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times CD \times OB \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2} \\ &= 3,\end{aligned}$$

故答案为：3.

【标注】【知识点】中位线定理及其应用

20. 如图E、F、G、H分别是BD、BC、AC、AD的中点，且 $AB = CD$ ，下列结论：① $EG \perp FH$ ，②四边形EFGH是矩形，③HF平分 $\angle EHG$ ，④ $EG = \frac{1}{2}(BC - AD)$ ，⑤四边形EFGH是菱形，其中正确的是_____.



【答案】 ①③⑤

【解析】 $\because E, F$ 分别是 BD, BC 的中点，

$\therefore EF$ 是 $\triangle BCD$ 的中位线，

$$\therefore EF = \frac{1}{2}CD,$$

$$\text{同理可得, } GH = \frac{1}{2}CD, FG = \frac{1}{2}AB, EH = \frac{1}{2}AB,$$

又 $\because AB = CD$,

$$\therefore EF = FG = GH = HE,$$

$\therefore$ 四边形 EFGH 是菱形，故⑤正确，②错误，

$\therefore EG \perp FH$ ，HF 平分 $\angle EHG$ ，故①、③正确，

如图所示，取 AB 的中点 P ，连接 PE, PG ，

$\because E$ 是 BD 的中点， G 是 AC 的中点，

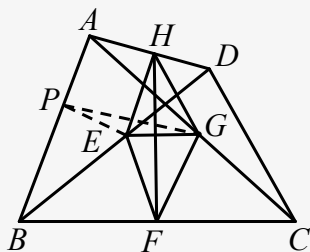
$\therefore PE$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线， PG 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore PE = \frac{1}{2}AD, PG = \frac{1}{2}BC, PE \parallel AD, PG \parallel BC,$$

$\therefore AD$ 与 BC 不平行，

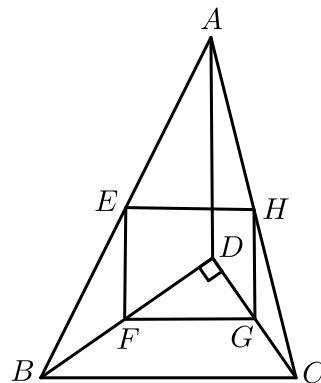
$\therefore PE$ 与 PG 不平行，

$\therefore \triangle PEG$ 中, $EG > PG - PE$,
 $\therefore EG > \frac{1}{2}BC - \frac{1}{2}AD$,
 即 $EG > \frac{1}{2}(BC - AD)$, 故④错误.



【标注】【知识点】中点类综合计算与证明

21. 如图, D 是 $\triangle ABC$ 内一点, $BD \perp CD$, $AD = 7$, $BD = 4$, $CD = 3$, E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BD 、 CD 、 AC 的中点, 则四边形 $EFGH$ 的周长为 () .



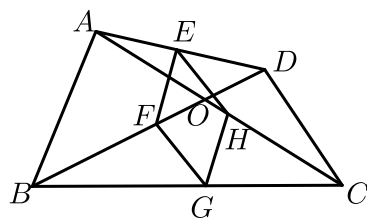
- A. 12 B. 14 C. 24 D. 21

【答案】 A

【解析】 $\because BD \perp CD$, $BD = 4$, $CD = 3$,
 $\therefore BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$,
 $\because E$ 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 AC 、 CD 、 BD 的中点,
 $\therefore EH = FG = \frac{1}{2}BC$, $EF = GH = \frac{1}{2}AD$,
 $\therefore$ 四边形 $EFGH$ 的周长 $= EH + GH + FG + EF = AD + BC$,
 又 $\because AD = 7$,
 $\therefore$ 四边形 $EFGH$ 的周长 $= 7 + 5 = 12$.
 故选 A.

【标注】【知识点】中点类综合计算与证明

22. 如图，四边形 $ABCD$ 中，对角线相交于点 O ， E 、 F 、 G 、 H 分别是 AD 、 BD 、 BC 、 AC 的中点。



- (1) 求证：四边形 $EFGH$ 是平行四边形。
 (2) 当四边形 $ABCD$ 满足一个什么条件时，四边形 $EFGH$ 是菱形？并证明你的结论。

【答案】 (1) 证明见解析。

(2) 当 $AB = CD$ 时，四边形 $EFGH$ 是菱形。

【解析】 (1) $\because E$ 、 F 分别是 AD 、 BD 的中点， G 、 H 分别是 BC 、 AC 的中点，

$$\therefore EF \parallel AB, EF = \frac{1}{2}AB; GH \parallel AB, GH = \frac{1}{2}AB.$$

$$\therefore EF \parallel GH, EF = GH,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形。

(2) 理由： $\because E$ 、 F 分别是 AD 、 BD 的中点， G 、 H 分别是 BC 、 AC 的中点， G 、 F 分别是 BC 、 BD 的中点， E 、 H 分别是 AD 、 AC 的中点，

$$\therefore EF = \frac{1}{2}AB, HG = \frac{1}{2}AB, FG = \frac{1}{2}CD, EH = \frac{1}{2}CD,$$

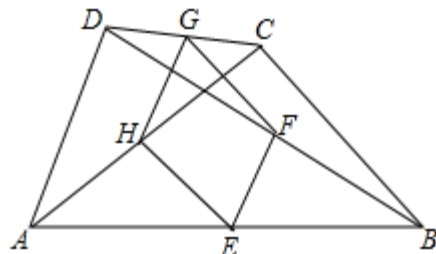
$$\text{又} \because AB = CD,$$

$$\therefore EF = FG = GH = EH.$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形。

【标注】【知识点】菱形的判定-从四边形

23. 如图，四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BD 、 CD 、 AC 的中点。



- (1) 判断四边形 $EFGH$ 是何种特殊的四边形，并说明你的理由。
 (2) 要使四边形 $EFGH$ 是菱形，四边形 $ABCD$ 还应满足的一个条件是 _____。

【答案】 (1) 四边形 $EFGH$ 是平行四边形。

(2) $AD = BC$

【解析】(1) 四边形 $EFGH$ 是平行四边形 .

证明：在 $\triangle ACD$ 中， $\because G、H$ 分别是 $CD、AC$ 的中点，

$$\therefore GH \parallel AD, GH = \frac{1}{2}AD,$$

在 $\triangle ABC$ 中 $\because E、F$ 分别是 $AB、BD$ 的中点，

$$\therefore EF \parallel AD, EF = \frac{1}{2}AD,$$

$$\therefore EF \parallel GH, EF = GH,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形 .

(2) 要使四边形 $EFGH$ 是菱形，四边形 $ABCD$ 还应满足的一个条件是 $AD = BC$.

理由如下： $\because E、F$ 分别是 $AB、BD$ 的中点，

$$\therefore EF \parallel AD \text{ 且 } EF = \frac{1}{2}AD,$$

同理可得： $GH \parallel AD$ 且 $GH = \frac{1}{2}AD$ ， $EH \parallel BC$ 且 $EH = \frac{1}{2}BC$ ，

$$\therefore EF \parallel GH \text{ 且 } EF = GH,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

$$\because AD = BC,$$

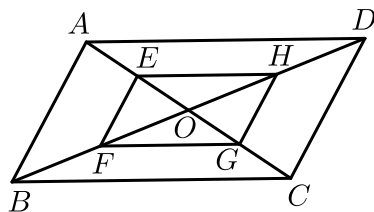
$$\therefore EF = EH,$$

即 $EF = EH$ ，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形 .

【标注】【知识点】中点类综合计算与证明

24. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 $AC、BD$ 相交于点 O ，且 $E、F、G、H$ 分别是 $AO、BO、CO、DO$ 的中点 .



(1) 求证：四边形 $EFGH$ 是平行四边形 .

(2) $AC + BD = 36$ ， $AB = 12$ ，求 $\triangle OEF$ 的周长 .

【答案】(1) 证明见解析 .

(2) $\triangle OEF$ 的周长为 15 .

【解析】(1) $EH \parallel \frac{1}{2}AD$ ， $FG \parallel \frac{1}{2}BC$ ，

$$\therefore \underline{AD} // \underline{BC}, \underline{EH} // \underline{FG},$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 为平行四边形 .

(2) 设 $EF = c$, $OE = a$, $OF = b$,

$$\therefore OA = 2a, AB = 2c, OB = 2b,$$

$$\therefore C_{\triangle OEF} = \frac{1}{2} C_{\triangle ABO}$$

$$= \frac{1}{2} (AB + AO + BO)$$

$$= \frac{1}{2} \left[AB + \frac{1}{2} (AC + BD) \right]$$

$$= 15 .$$

【标注】【知识点】中点四边形